

**OLIV TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI
NAMANGAN MUHANDISLIK-QURILISH INSTITUTI**

OLIV MATEMATIKA KAFEDRASI

AMALIV MATEMATIKA FANIDAN

60410200-Buxgalteriya hisobi

60410800-Menejment

TA'LIM YO'NALISHLARINING

BHA-24 VA MJ-24

**GURUH TALABALARI UCHUN
1-SEMESTRGA MO'LJALLANGAN**

YAKUNIY NAZORAT

TOPSHIRIQLARI TO'PLAMI

Namangan-2024

“TASDIQLAYMAN”
Mashinasozlik fakulteti dekani
_____ dots. J. Z. Xolmirzayev
“ ____ ” _____ 2024 y.

Namangan muhandislik-qurilish
instituti Oliy matematika
kafedrasining
_____ sonli yig’ilishida muhokama
qilingan.
Oliy matematika kafedraasi mudiri
_____ dots. B. Yu. Irgashev
“ ____ ” _____ 2024 y.

Kafedra ekspertlari: Q.Xamidov

X.Ibragimov

N.Yusufjonovv

Tuzuvchilar: Yu. P. Apakov

V.R. Xodjibayev

D.A. Eshmatov

BHA YO'NALISHI TALABALARI UCHUN YAKUNIY NAZORAT TOPSHIRIQLARI

I. NAZARIY SAVOLLAR: (1-SEM. BHA-24 VA MJ-24)

1. Ikkinchi va uchinchi tartibli determinantlar. Determinantlarning xoccalari. Misollar.
2. Determinantning minori va algebraik to'ldiruvchisi. Determinantlarning xoccalari. Misollar.
3. Determinantning minori va algebraik to'ldiruvchisi. Yuqori tartibli determinantlar, ularni hisoblash. Misollar.
4. Chiziqli tenglamalar sistemasini Kramer usulida yechish. Misollar.
5. Matritsalar, ularning turlari. Matritsalar ustida amallar. Misollar.
6. Matritsalar ustida amallar. Teskari matritsa va uni tuzish. Misollar.
7. Teskari matritsa va uni tuzish. Misollar. Chiziqli tenglamalar sistemasini matritsalar usulida yechish. Misollar.
8. Chiziqli tenglamalar sistemasini matritsalar usulida yechish. Misollar.
9. Tekislikda koordintalar sistemasi. Ikki nuqta orasidagi masofa. Tekislikda to'g'ri chiziqning burchak koeffitsentli tenglamasi. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak. Parallellik va perpendikulyarlik shartlari.
10. Tekislikda to'g'ri chiziqning turli tenglamalari. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak. Parallellik va perpendikulyarlik shartlari.
11. Tekislikda ikkinchi tartibli chiziqlar: ellips, giperbola. Ularning kanonik tenglamalari.
12. Tekislikda ikkinchi tartibli chiziqlar: ellips, parabola. Ularning kanonik tenglamalari.
13. Tekislikda ikkinchi tartibli chiziqlar: giperbola, parabola. Ularning kanonik tenglamalari.
14. To'plamlar, ular ustida amallar. Ketma-ketliklar va ularning turlari (monoton, chegaralangan). Ketma-ketlik limiti. Ketma-ketlik limitining xossalari. Misollar.
15. Ketma-ketlik limiti. Ketma-ketlik limitining xossalari. Misollar.
16. Funksiya tushunchasi, turlari, berilish usullari. Asosiy elementar funksiyalar. Funksiyaning limiti.
17. Funksiyaning limiti. Funksiya limitining xossalari. Bir tomonlama limitlar. Birinchi va ikkinchi ajoyib limitlar. Misollar.
18. Funksiyaning nuqtada uzluksizligi. O'ngdan va chapdan uzluksizlik. Uzluksiz funksiyalarning xoccalari. Misollar.
19. Funksiyaning kesmada uzluksizligi. Birinchi va ikkinchi tur uzilish nuqtalari. Misollar.

20. Funksiyaning nuqtada uzluksizligi. Birinchi va ikkinchi tur uzilish nuqtalari. Misollar.
21. Funksiyaning hosilasi. Hosilaning geometrik va fizik ma'nolari. Hosilalar jadvali.
22. Differensiallanuvchi funksiyalar. Funksiyaning differensial. Differensiallash qoidalari. Misollar.
23. Yig'indi, ayirma, ko'paytma va bo'linmaning hosilalari. Misollar.
24. Murakkab va teskari funksiyalarning hosilalari. Misollar. Asosiy elementar funksiylarning hosilalari. Hosilalar jadvali.
25. Teskari funksiyalar, ularning hosilasi. Trigonometrik funksiyalarning hosilalari. Teskari trigonometric funksiyalarning hosilalari.
26. Asosiy elementar funksiylarning hosilalari. Hosilalar jadvali. Logarifmik hosila. Misollar.
27. Yuqori tartibli hosila va differensiallar. Leybnits formulasi. Misollar.
28. Funksiyaning differensial. Differensialning taqribiy hisoblashlarga tadbiqu. Misollar.
29. Differensialning taqribiy hisoblashlarga tadbiqu. Lopital qoidasi. Misollar.
30. Funksiyani hosila yordamida tekshirish: o'sish, kamayish sohalari. Misollar.
31. Funksiyani hosila yordamida tekshirish: ekstremum nuqtalari. Funksiya grafigining botiqlik, qabariqlik sohalari. Misollar.
32. Funksiyani hosila yordamida tekshirish: o'sish, kamayish sohalari, ekstremum nuqtalari. Funksiya grafigining botiqlik, qabariqlik sohalari. Misollar.
33. Funksiyani hosila yordamida tekshirish: Funksiya grafigining botiqlik, qabariqlik sohalari. Burilish nuqtalari. Misollar.
34. Funksiya grafigining vertical va og'ma asimptotalari. Misollar. Funksiya grafigini yasash sxemasi.
35. Funksiyani hosila yordamida to'la tekshirish va grafigini yasash.
36. Ikki o'zgaruvchili funksiya ta'rifi. Ikki o'zgaruvchili funksiyaning limiti va uzluksizligi. Ularning xossalari. Ikki o'zgaruvchili funksiya orttirmalari (to'la va xususiy).
37. Ikki o'zgaruvchili funksiya orttirmalari (to'la va xususiy). Birinchi tartibli xususiy hosila va differensial (to'la). Misollar.
38. Yuqori tartibli xususiy hosilalar va differensiallar. Ikkinchi tartibli aralash hosila. Misollar.
39. Ikki o'zgaruvchili funksiyaning ekstremumlari. Zaruriy va yetarli shartlar. Misollar.
40. Eng kichik kvadratlar usuli. Misollar.

II AMALIY TOPSHIRIQ

Tenglamalar sistemasini Kramer va matritsa usullarida yeching:

$$1. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8 \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2 \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 = -3 \end{cases} \quad 3. \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = 7 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 7 \end{cases} \quad 5. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases} \quad 6. \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 14 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 = 1 \end{cases} \quad 8. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases} \quad 9. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2 \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 = -3 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8 \end{cases} \quad 11. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6 \end{cases} \quad 12. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = -1 \\ 2x_1 + 8x_2 + 5x_3 = 4 \\ 3x_1 + 9x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} -2x_1 + x_2 - 3x_3 = -9 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 6 \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases} \quad 14. \begin{cases} x_1 - 3x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 = -2 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 9 \end{cases} \quad 15. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -3 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -7 \\ 5x_1 + 6x_2 + 2x_3 = -9 \end{cases} \quad 17. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = -2 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 7 \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = -9 \end{cases} \quad 18. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 4 \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 7x_1 - 5x_2 = -3 \\ 4x_1 + 11x_2 = 26 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -4 \end{cases} \quad 20. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 15 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -14 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -5 \end{cases} \quad 21. \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -1 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 7 \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 7 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -4 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 3 \end{cases} \quad 23. \begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 5 \end{cases} \quad 24. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 4 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -13 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases} \quad 26. \begin{cases} 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 11 \\ 5x_1 + 8x_2 - x_3 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 8 \end{cases} \quad 27. \begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -4 \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = -19 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 3 \\ 5x_1 + 2x_2 - 13x_3 = 12 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 5 \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 = -3 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 11 \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -7 \\ 4x_1 + 11x_3 = -14 \\ 7x_1 - 5x_2 = 19 \end{cases}$$

$$31. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8 \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -10 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 7 \end{cases}$$

$$32. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 6 \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

$$33. \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = -5 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$$

$$34. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 4 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -5 \end{cases}$$

$$35. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \end{cases}$$

$$36. \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 7 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 6 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 14 \end{cases}$$

$$37. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 6 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 13 \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 = 3 \end{cases}$$

$$38. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 8 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -10 \end{cases}$$

$$39. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -14 \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 = 7 \end{cases}$$

$$40. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 10 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -3 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 26 \end{cases}$$

$$41. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -12 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -29 \end{cases}$$

$$42. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ 2x_1 + 8x_2 + 5x_3 = -9 \\ 3x_1 + 9x_2 + 4x_3 = -7 \end{cases}$$

$$43. \begin{cases} -2x_1 + x_2 - 3x_3 = -8 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 6 \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

$$44. \begin{cases} x_1 - 3x_2 - x_3 = -2 \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$$

$$45. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 7 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 9 \end{cases}$$

$$46. \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -11 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -7 \\ 5x_1 + 6x_2 + 2x_3 = -5 \end{cases}$$

$$47. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 12 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = -10 \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 18 \end{cases}$$

$$48. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -15 \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 = 8 \end{cases}$$

$$49. \begin{cases} 7x_1 - 5x_2 = 9 \\ 4x_1 + 11x_2 = 19 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -1 \end{cases}$$

$$50. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 21 \end{cases}$$

III AMALIY TOPSHIRIQ

- 1) Agar uchburchakning uchlari quyidagi berilgan nuqtalarda bo'lsa,
 a) A uchidan tushirilgan mediana tenglamasini tuzing va uzunligini toping.
 b) B uchidan tushirilgan balandlik tenglamasini tuzing va uzunligini toping.
 c) Uchburchakning yuzini hisoblang.

1. A(7;-4), B(-1;8), C(-12;-1)
2. A(0;0), B(10;10), C(8;5)

- | | | |
|---------------|----------|---------|
| 3. A(-1;2), | B(0;-4), | C(1;3) |
| 4. A(3;-2), | B(3;-1), | C(0;5) |
| 5. A(4;0), | B(7;4), | C(-4;6) |
| 6. A(6;7), | B(3;3), | C(1;-5) |
| 7. A(-2;-2), | B(3;-2), | C(0;5) |
| 8. A(-1;9), | B(-8;2), | C(9;9) |
| 9. A(-4;-2), | B(0;-2), | C(1;5) |
| 10. A(-2;-2), | B(3;-4), | C(2;5) |

2) Quyidagi chiziqlarning turini aniqlang va kanonik ko`rinishga keltiring

- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 11. $4x^2 + 2y^2 - 16x + 4y + 10 = 0$ | 12. $5x^2 - 6y^2 + 30x + 12y + 9 = 0$ |
| 13. $y^2 + x^2 + 6x + 10y - 46 = 0$ | 14. $3y^2 + 2x^2 - 12x - 39 = 0$ |
| 15. $y^2 + 2x^2 - 4y + 2 = 0$ | 16. $2x^2 + 2y^2 - 8x + 5y - 4 = 0$ |
| 17. $x^2 + 4y^2 - 4x - 8y + 8 = 0$ | 18. $x^2 + 4y^2 + 8y = 0$ |
| 19. $x^2 + y^2 - 6y + 8 = 0$ | 20. $x^2 + 2y^2 - 16x + 4y + 2 = 0$ |

3) Quyidagi limitlarni hisoblang:

- | | | |
|---|--|--|
| 21. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x}$ | 22. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}$ | 23. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 + 2x^2 + 3x + 3}{x^3 + x^2 + x + 1}$ |
| 24. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + x - 3x^3}{1 + x^2 + 3x^3}$ | 25. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 5x + 2}{3x^2 - x - 14}$ | 26. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2 + 1} - x \right)$ |
| 27. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x}$ | 28. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^4}{x^2 + 4} - x^2 \right)$ | 29. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$ |
| 30. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 3}$ | | |

4) 1-ajoyib limitdan foydalanib quyidagi limitlarni hisoblang:

- | | | |
|---|---|---|
| 31. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{4x}$ | 32. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 7x}$ | 33. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin \beta x}$ |
| 34. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{2x}$ | 35. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sin 4x}$ | 36. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{5x}$ |
| 37. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x \cdot \sin x}$ | 38. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 \frac{x}{4}}{x^3}$ | 39. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arc} \operatorname{tg} 5x}{x^2 - 3x}$ |
| 40. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 7x}{3x^2}$ | | |

5) 2-ajoyib limitdan foydalanib quyidagi limitlarni hisoblang:

$$41. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x} \right)^x$$

$$42. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4x + 4} \right)^x$$

$$43. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^x$$

$$44. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{3x-1} \right)^x$$

$$45. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x} \right)^x$$

$$46. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x}$$

$$47. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{k}{x} \right)^{mx}$$

$$48. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+8}{x-2} \right)^x$$

$$49. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x} \right)^{2x}$$

$$50. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{7x} \right)^{8x}$$

IV AMALIY TOPSHIRIQ

1) Funksiyaning hosilasini toping:

$$1. y = xe^{x^2}$$

$$2. y = \frac{1}{1+x^3}$$

$$3. y = (1+x^2) \operatorname{arctg} x$$

$$4. y = \sqrt{a^2 - x^2}$$

$$5. y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$$

$$6. y = \frac{1}{3 + \sqrt{x}}$$

$$7. y = e^{\sqrt{x}}$$

$$8. y = \sqrt{1-x^2} \operatorname{arcsin} x$$

$$9. y = \operatorname{arcsin}(a \sin x)$$

$$10. y = (x+1)^4 + e^{2x}$$

$$11. y = \frac{1}{x} \ln 2x$$

$$12. y = \cos \sqrt{x} - \ln \cos x$$

$$13. y = \sqrt{x}(x-1)$$

$$14. y = \frac{2\sqrt{x-1}}{x}$$

$$15. y = \sqrt[3]{x^2} - 2x$$

$$16. y = x \cdot 3^{x^2}$$

$$17. y = \frac{x}{1+x^2}$$

$$18. y = (1+x^2) \operatorname{arc} \operatorname{Ctg} x$$

$$19. y = \sqrt{225 - x^2}$$

$$20. y = \ln(x + \sqrt{4+x^2})$$

$$21. y = \frac{1}{3 - \sqrt{x}}$$

$$22. y = 7^{\sqrt{x}}$$

$$23. y = \sqrt{1-x^2} \operatorname{arc} \operatorname{Cos} x$$

$$24. y = \operatorname{arc} \operatorname{Cos}(a \operatorname{Cos} x)$$

$$25. y = (x-1)^4 + 3^{2x}$$

$$26. y = \frac{1}{x} \ln(x+2)$$

$$27. y = \operatorname{Sin} \sqrt{x} - \ln \operatorname{Sin} x$$

$$28. y = \sqrt{3x}(x+1)$$

$$29. y = \frac{2\sqrt{x+1}}{x}$$

$$30. y = \ln(x - \sqrt{1+x^2})$$

2) Funksiyaning ekstremularini toping:

$$31. y = x^3 - 8x^2 + 16x$$

$$32. y = (x+1)(x-1)^2$$

$$33. y = \frac{1-x+x^2}{1+x+x^2}$$

$$34. y = x^3 - \frac{1}{2}3x^2 - 4x + 2$$

$$35. y = x^2 e^{-x}$$

$$36. y = x^3 \ln x$$

37. $y = (x-2)^5(2x+1)^4$

38. $y = x^3 \cdot e^{-x}$

39. $y = x^3 - \ln x$

40. $y = (x+2)^3$

41. $y = \frac{4}{x^2+1}$

42. $y = \frac{1}{x} + x^2$

43. $y = x + e^{-x}$

44. $y = (x+2)^4$

45. $y = x^3 - 3x^2 + 9$

46. $y = (x+2)(x-3)^2$

47. $y = x^4 \ln x$

48. $y = \frac{1}{x^2} + x^4$

49. $y = (x-4)^5$

50. $y = \frac{1+x-x^2}{1-x+x^2}$

V AMALIY TOPSHIRIQ

1) Quyidagi funksiyalarning aniqlanish sohasini toping:

1. $z = \frac{1}{x-y}$

2. $z = \sqrt{x+y}$

3. $z = \frac{1}{x+y}$

4. $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 9}$

5. $z = \sqrt{x-y}$

6. $z = \ln\left(\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - 1\right)$

7. $z = \frac{1}{2-x^2-y^2}$

8. $z = \arcsin \frac{y-1}{x}$

9. $z = \frac{1}{2x-2y}$

10. $z = \sqrt{25-x^2-y^2}$

11. $z = \frac{\sqrt{4x-y^2}}{\ln(1-x^2-y^2)}$

12. $z = \sqrt{2x-2y}$

13. $z = \sqrt{x+y+1}$

14. $z = \frac{1}{x+y} + 1$

15. $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 16}$

16. $z = \ln\left(\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - 2\right)$

17. $z = \frac{1}{4-x^2-y^2}$

18. $z = \arcsin \frac{y+1}{x}$

19. $z = \sqrt{16-x^2-y^2}$

20. $z = \sqrt{x-3y}$

21. $z = \frac{1}{x-y} + 3$

22. $z = \frac{1}{\ln(1-x^2-y^2)}$

23. $z = \frac{1}{x+y} - 2$

24. $z = \sqrt{2x-y+1}$

25. $z = \arcsin \frac{y+2}{x}$

26. $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 25}$

27. $z = \ln\left(\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - 4\right)$

28. $z = \frac{1}{9-x^2-y^2}$

$$29. z = \sqrt{36 - x^2 - y^2}$$

$$30. z = \frac{3}{\ln(1 - x^2 - y^2)}$$

2) Quyidagi funksiyalarning 2-tartibli xususiy hosilalarini toping:

$$31. z = x^4 - 4x^2y^3 + y^4$$

$$32. z = xy + \frac{x}{y} \quad 33. z = y\sqrt{x}$$

$$34. z = \sin(x - 2y)$$

$$35. z = \cos(x - 2y)$$

$$36. z = \arcsin(3x - 2y)$$

$$37. z = \arcsin(3x - 2y)$$

$$38. z = \ln \sin(x + 2y)$$

$$39. z = \ln \cos(x + 2y)$$

$$38. z = \frac{x+y}{x-y}$$

$$40. z = x^5 \cdot y^6$$

$$41. z = \arctg \frac{x}{y}$$

$$42. z = \operatorname{arcCtg} \frac{x}{y}$$

$$43. z = x^y$$

$$44. z = y^x$$

$$45. u = e^{xyz}$$

$$46. u = 2^{xyz}$$

$$47. z = (5 + xy)^3$$

$$48. z = (x + y)^3$$

$$49. z = x^2 \cdot e^{4y}$$

$$50. z = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[4]{y}$$

VI. NAMUNA UCHUN ISHLANGAN MISOLLAR

II. 1-misol: Chiziqli tenglamalar sistemasni Kramer usulida yeching:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -3 \end{cases}$$

Yechish. Asosiy va yordamchi D va D_i , $i=1,2,3$ determinantlarni hisoblaymiz:

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -10, \quad D_1 = \begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -10, \quad D_2 = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & -2 \end{vmatrix} = 0,$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{vmatrix} = -20$$

Kramer formulalari bilan topamiz:

$$x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{-10}{-10} = 1, \quad x_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{0}{-10} = 0, \quad x_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{-20}{-10} = 2.$$

Demak, $(1; 0; 2)$ sistemaning yechimi bo'ladi.

2-misol: Quyidagi tenglamalar sistemasini matritsa usulda yeching:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 5 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15 \end{cases}$$

Yechish. Sistemani matrisa ko'inishida yozaylik:
$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 15 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \det A = |A| = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{vmatrix} = 50$$

Demak A matrisa uchun A^{-1} matrisa mavjud. Berilgan A matrisa elementlarining algebraik to'ldiruvchilarini hisoblab teskari matrisani topamiz

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 4/5 & -1/5 \\ 2 & 12/5 & -5/3 \\ 0 & 1/5 & 1/5 \end{pmatrix}$$

$$\text{Endi (3) formulaga asosan } \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4/5 & -1/5 \\ 2 & 12/5 & -5/3 \\ 0 & 1/5 & 1/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad x_1=2, \quad x_2=1,$$

$$x_3=3$$

III. 1) ABC uchburchak uchlarining koordinatalari berilgan. B uchdan o'tkazilgan mediana tenglamasini tuzing $A(0; -2), B(4; 1), C(7; 11)$.

Yechish. AC tomon o'rtasi $N(x; y)$ nuqtada bo'lsin. U holda kesmaning o'rtasi koordinatalarini topish formulasiga ko'ra:

$$x = \frac{0+4}{2} = 2, \quad y = \frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2} \quad \text{yoki} \quad N\left(2; -\frac{1}{2}\right). \quad BN \text{ mediana tenglamasini tuzamiz:}$$

$$\frac{x+5}{2+5} = \frac{y-10}{-\frac{1}{2}-10}, \quad 3x+2y-5=0 \quad (BN).$$

2) misol. Ikkinchi tartibli chiziq $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 23 = 0$ tenglama bilan berilgan bo'lsin. Uning aylana ekanligini ko'rsating hamda markazini va radiusini toping.

Yechish. x va y li hadlar bo'yicha to'la kvadratlar ajratamiz:

$$x^2 - 6x + 9 - 9 + y^2 + 4y + 4 - 4 - 23 = 0, \quad (x-3)^2 + (y+2)^2 - 9 - 4 - 23 = 0 \quad \text{yoki}$$

$(x-3)^2 + (y+2)^2 = 36$ bo'ladi. Bu aylananing kanonik tenglamasidir. Uning markazi $C(3; -2)$, nuqtada, radiusi $R=6$ bo'ladi.

3) 1-misol: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{3n-4}$ limitni toping.

Yechish. $\{2n+3\}$ va $\{3n-4\}$ ketma-ketliklar uzoqlashuvchi bo'lgani uchun ularga yaqinlashuvchi ketma-ketliklarning xossalarini qo'llab bo'lmaydi. Shuning uchun berilgan kasrning surati va mahrajini n ga bo'lamiz;

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{n}}{3 - \frac{4}{n}}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} 2 = 2, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} 3 = 3, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} 4 = 4 \quad \text{bo'lgani uchun } \{2\}, \{3\}, \{4\}, \left\{\frac{1}{n}\right\}$$

ketma-ketliklar yaqinlashuvchi bo'ladi, bu holda yaqinlashuvchi ketma-ketliklarning xossalariga asosan

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{n}}{3 - \frac{4}{n}} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} (2 + \frac{3}{n})}{\lim_{n \rightarrow \infty} (3 - \frac{4}{n})} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} 2 + \lim_{n \rightarrow \infty} 3 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}}{\lim_{n \rightarrow \infty} 3 - \lim_{n \rightarrow \infty} 4 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}} = \frac{2 + 3 \cdot 0}{3 - 4 \cdot 0} = \frac{2+0}{3-0} = \frac{2}{3}.$$

2-misol: $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{5x+2}{2x+3}$ limitni toping.

Yechish. $f(x) = \frac{5x+2}{2x+3}$ funksiya uchun $x=4$ limit nuqtada aniqlangan

bo'lgani uchun

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{5x+2}{2x+3} = \frac{5 \cdot 4 + 2}{2 \cdot 4 + 3} = \frac{22}{11} = 2 \text{ bo'ladi.}$$

3-misol: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+5}{2x+7}$ limitni toping.

Yechish. $x \rightarrow \infty$ da $\frac{\infty}{\infty}$ ko'rinishidagi aniqmaslik hosil bo'ladi. Bu

aniqmaslikni yechish uchun kasrning surat va mahrajini x ga bo'lamiz:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+5}{2x+7} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{5}{x}}{2 + \frac{7}{x}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} 3 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x}}{\lim_{x \rightarrow \infty} 2 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7}{x}} = \frac{3+0}{2+0} = \frac{3}{2}$$

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 10x}{\sin 6x}$ limitni toping.

Yechish. Berilgan limit $\frac{0}{0}$ ko'rinishdagi aniqmaslikdan iborat, uni ochish

uchun

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} \varphi(x)} \text{ formulaga keltiramiz:}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 10x}{\sin 6x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin 10x}{10x} \cdot 10}{\frac{\sin 6x}{6x} \cdot 6} = \frac{10}{6} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin 10x}{10x}}{\frac{\sin 6x}{6x}};$$

da $10x \rightarrow 0$ va $6x \rightarrow 0$ bo'lgani uchun $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 10x}{\sin 6x} = \frac{5}{3} \frac{\lim_{10x \rightarrow 0} \frac{\sin 10x}{10x}}{\lim_{6x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{6x}} = \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{1} = \frac{5}{3}$.

5)1-misol: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{2x+1} \right)^{x^2}$ limitni toping.

Yechish. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{2x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \frac{1}{x}}{2 + \frac{1}{x}} = \frac{1+0}{2+0} = \frac{1}{2}$ va $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = +\infty$ bo'lganligi uchun

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{2x+1} \right)^{x^2} = 0$$

2-misol: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{3x+1}{3x-1} \right)^{3x+1}$ limitni toping.

$$\text{Yechish. } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{3x+1}{3x-1} \right)^{3x+1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{3x-1+2}{3x-1} \right)^{3x+1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{2}{3x-1} \right)^{3x+1}$$

$\frac{2}{3x-1} = \frac{1}{y}$ deb olsak, u holda $x = \frac{2}{3}y + \frac{1}{3}$ bo'lib, $x \rightarrow \pm\infty$ da $y \rightarrow \pm\infty$ bo'ladi. Bundan

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{2}{3x-1} \right)^{3x+1} = \lim_{y \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{y} \right)^{2(y+1)} = \lim_{y \rightarrow \pm\infty} \left(\left(1 + \frac{1}{y} \right)^y \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{y} \right) = e^2 \cdot (1+0)^2 = e^2 \text{ kelib chiqadi.}$$

IV. 1) 1-misol: Funksiyaning hosilasini toping: $y = \arctg(x^2 + 1)$.

Yechish: Ushbu misolda murakkab funksiyaning hosilasi ,
 $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$ va hosila jadvalda mavjud bo'lgan

$(\arctg x)' = \frac{1}{1+x^2}$, $(x^a)' = ax^{a-1}$ ushbu formulalardan foydalanamiz, ya'ni

$$y' = (\arctg(x^2 + 1))' = \frac{1}{1+(x^2)^2} \cdot (1+x^2)' = \frac{2x}{x^4 + 2x^2 + 2}.$$

2-misol: Funksiyaning 2-tartibli hosilasini toping: $y = \arctg(x^2 + 1)$.

Yechish: Ushbu misolda dastlab murakkab funksiyaning hosilasi ,
 $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$ va hosila jadvalda mavjud bo'lgan

$(\arctg x)' = \frac{1}{1+x^2}$, $(x^a)' = ax^{a-1}$ ushbu formulalardan foydalanamiz, ya'ni

$$y' = (\arctg(x^2 + 1))' = \frac{1}{1+(x^2)^2} \cdot (1+x^2)' = \frac{2x}{x^4 + 2x^2 + 2}.$$

Endi, bo'linmaning hosilasi $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ va darajali funksiyaning hosilasi

$(x^a)' = ax^{a-1}$ formulalardan foydalanamiz, ya'ni

$$y'' = \left(\frac{2x}{x^4 + 2x^2 + 2}\right)' = \frac{2(x^4 + 2x^2 + 2) - 2x(4x^3 + 4x)}{(x^4 + 2x^2 + 2)^2} = \frac{-6x^4 - 4x^2 + 4}{(x^4 + 2x^2 + 2)^2} \text{ bo'ladi.}$$

IV. 2) Funksiyaning ekstremumlarini toping: $y = x^4 + 2x^3 - 11x^2 - 12x + 36$

Yechish. Funksiya hosilasining ishorasini tekshiramiz. Hosila musbatdan manfiyga almashadigan nuqta maksimum, manfiydan musbatga almashadigan nuqta minimum nuqta bo'ladi.

$$y' = 4x^3 + 6x^2 - 22x - 12, \text{ yoki}$$

$$y' = 2(2x^3 + 3x^2 - 11x - 6) = 2(2x^3 - 4x^2 + 7x^2 - 14x + 3x - 6),$$

$$y' = 2(2x^2(x-2) + 7x(x-2) + 3(x-2)) = 2(x-2)(2x^2 + 7x + 3),$$

$$y' = 2(2x^2(x-2) + 7x(x-2) + 3(x-2)) = 2(x-2)(2x+1)(x+3).$$

$x_1 = -3$, $x_2 = -0,5$, $x_3 = 2$ nuqtalar statsionar nuqtalar bo'lib, $(-\infty; -3) \cup (-0,5; 2)$

oraliqda $y' < 0$, $(-3; -0,5) \cup (2; \infty)$ oraliqda $y' > 0$ bo'ladi, ya'ni

$(-\infty; -3) \cup (-0,5; 2)$ oraliqda funksiya kamayuvchi, $(-3; -0,5) \cup (2; \infty)$ oraliqda

o'suvchi bo'ladi. Demak, $x_1 = -3$, $x_3 = 2$ nuqtalar minimum nuqtalar bo'ladi,

$x_2 = -0,5$ nuqta maksimum nuqta bo'ladi, ya'ni $y_{\min}(-3) = y_{\min}(2) = 0$,

$$y_{\max}(-0,5) = \frac{625}{16}.$$

V. 1) D to'plamga funksiyaning aniqlanish sohasi, E to'plamga o'zgarish yoki qiymatlar sohasi deyiladi. Har bir juft haqiqiy songa biror tayin koordinat sistemasida bitta M nuqta va bitta nuqtaga bir juft haqiqiy son mos kelganligi uchun ikki argumentli funktsiyani M nuqtaning funksiyasi ham diyiladi, hamda $y = f(x_1, x_2)$ o'rniga $y = f(M)$ deb yozish mumkin.

1-misol. $z = \sqrt{4-x^2-y^2}$ funksiya aniqlangan bo'lishi uchun $4-x^2-y^2 \geq 0$ yoki

$x^2 + y^2 \leq 4$ bo'lishi kerak, bunday nuqtalar to'plami markazi koordinatlar boshida radiusi 2 ga teng bo'lgan doiradan iborat. Qiymatlar to'plami $[0, 2)$ bo'ladi.

2-misol. $u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 9}}$ funksiya $x^2 + y^2 - 9 > 0$, ya'ni markazi koordinatlar

boshida radiusi 3 ga teng bo'lgan doiradan tashqarida aniqlangan. Qiymatlar to'plami $(0, \infty)$.

2) 1-misol. $z = x^2 + 2xy + 3y^2$ xususiy hosilalarni toping.

Yechish: Oldin y ni o'zgarmas deb z'_x ni topamiz:

$$z'_x = (x^2 + 2xy + 3y^2)'_x = (x^2)'_x + (2xy)'_x + (3y^2)'_x = 2x + 2y \quad \text{endi } x \text{ ni o'zgarmas deb } \frac{\partial z}{\partial y}$$

ni topamiz: $z'_y = (x^2 + 2xy + 3y^2)'_y = (x^2)'_y + (2xy)'_y + (3y^2)'_y = 2x + 6y$.

2-misol. $u = \frac{x}{x^2 + y^2 + z^2}$ funksiyaning xususiy hosilalarini toping.

Yechish: Hosila olish qoidalari va formulalaridan foydalanib quyidagilarni topamiz:

$$u'_x = \left(\frac{x}{x^2 + y^2 + z^2} \right)'_x = \frac{x'_x(x^2 + y^2 + z^2) - x(x^2 + y^2 + z^2)'_x}{(x^2 + y^2 + z^2)^2} = \frac{x^2 + y^2 + z^2 - 2x^2}{(x^2 + y^2 + z^2)^2} = \frac{-x^2 + y^2 + z^2}{(x^2 + y^2 + z^2)^2}$$

(u'_y, u'_z larni mustaqil toping).

Yuqori tartibli xususiy hosilalar va differentsiallar. $z = f(x, y)$

funksiyaning ikkinchi tartibli xususiy hosilalari deb birinchi tartibli xususiy hosilalardan olingan xususiy hosilalarga aytiladi. Ikkinchi tartibli xususiy hosilalar qo'yidagicha belgilanadi:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = z_{xx}'' = f_{xx}''(x, y); \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = z_{xy}'' = f_{xy}''(x, y);$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = z_{yx}'' = f_{yx}''(x, y); \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = z_{yy}'' = f_{yy}''(x, y);$$

$f_{xy}''(x, y)$ va $f_{yx}''(x, y)$ xususiy hosilalar aralash xususiy hosilalar deyiladi.

Aralash xususiy hosilalar uzluksiz bo'lgan nuqtalarda ular o'zaro teng bo'ladi.

Uchinshi va undan yuqori tartibli xususiy hosilalar ham yuqoridagidek aniqlanadi.

1-misol. $z = x^4 + 4x^2y^3 + 7xy + 1$ ikkinchi tartibli xususiy hosilalarni toping.

Yechish. Birinchi tartibli xususiy hosilalarni topamiz:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = (x^4 + 4x^2y^3 + 7xy + 1)'_x = 4x^3 + 8xy^3 + 7y,$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = (x^4 + 4x^2y^3 + 7xy + 1)'_y = 4x^2 \cdot 3y^2 + 7x = 12x^2y^2 + 7x.$$

Topilgan hosilalardan yana xususiy hosilalar olamiz:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 z}{dx^2} = (4x^3 + 8xy^3 + 7y)'_x = 12x^2 + 8y^3,$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 z}{dx \partial y} = (4x^3 + 8xy^3 + 7y)'_y = 24xy^2 + 7,$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 z}{dy \partial x} = (12x^2 y^2 + 7x)'_x = 24xy^2 + 7,$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 z}{dy^2} = (12x^2 y^2 + 7x)'_y = 24x^2 y$$

Ikkinchi tartibli to'la differentsial $d(dz) = d^2z$ kabi aniqlanib, xususiy hosilalar

orqali quyidagicha topiladi. $d^2z = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} dx^2 + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} dx dy + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} dy^2$ (4)

2-misol. $z = x^2 y^3$ funksiyaning ikkinchi tartibli to'la differentsialini toping.

Yechish. Xususiy hosilalarni topamiz:

$$z'_x = (x^2 y^3)'_x = 2xy^3; \quad z'_y = 3x^2 y^2; \quad z''_{xx} = 2y^3, \quad z''_{xy} = 6xy^2, \quad z''_{yx} = 6xy^2, \quad z''_{yy} = 6xy^2,$$

(4) formulaga asosan ikkinchi tartibli to'la differentsial

$$d^2z = 2y^3 dx^2 + 12xy^2 dx dy + 6x^2 y dy^2.$$

VII. BAHOLASH MEZONI

Har bir talabaga ja'mi 5 ta (1 yoki 2 ta nazariy va 4 yoki 3 ta amaliy) topshiriq beriladi va ularning har biri maksimal 10 ball bilan baholanadi, ya'ni talaba yakuniy nazoratda maksimal 50 ballni to'plashi mumkin bo'ladi. Bunda talaba har bir topshiriqni bajarish foiziga mos ravishda quyidagicha ball oladi:

90-100% - 10 ball, 80-89% - 9 ball, 70-79% - 8 ball, 60-69% - 7 ball, 50-59% - 6 ball, 40-49% - 5 ball, 30-39% - 4 ball, 20-29% - 3 ball, 10-19% - 2 ball, 5-9% - 1 ball, 0-4% - 0 ball.

Topshiriqlarni bajarish foizlari quyidagi mezonlar asosida aniqlanadi:

1) Nazariy topshiriq uchun

%	TALABLAR
90-100 (10 ball)	Nazariy topshiriqga to'liq va batafsil javob berilgan; barcha zarur formulalar to'g'ri va to'la yozilgan; topshiriqdagi teoremlar, tasdiqlar va tushunchalarning xossalari to'la keltirilgan va isbotlangan; mantiqiy ketma-ketlikka e'tibor berilgan; nazariy topshiriq misollar bilan to'ldirilgan; javoblar matni orfografik va grammatik xatolarsiz yozilgan bo'lsa.
80-89 (9 ball)	Nazariy topshiriqga to'liq va batafsil javob berilgan; barcha zarur formulalar to'g'ri va to'la yozilgan; topshiriqdagi teoremlar, tasdiqlar va tushunchalarning xossalari to'la keltirilgan va isbotlangan; mantiqiy ketma-ketlikka e'tibor berilgan; nazariy topshiriq misollar bilan to'ldirilmagan; javoblar matni orfografik va grammatik xatolarsiz yozilgan bo'lsa.
70-79 (8 ball)	Nazariy topshiriqga to'liq va batafsil javob berilgan; barcha zarur formulalar to'g'ri va to'la yozilgan; topshiriqdagi teoremlar, tasdiqlar va tushunchalarning xossalari to'la keltirilgan, lekin isbotlanmagan; mantiqiy ketma-ketlikka e'tibor berilgan; nazariy topshiriq misollar bilan to'ldirilmagan; javoblar matni orfografik va grammatik xatolarsiz yozilgan bo'lsa.
60-69 (7 ball)	Nazariy topshiriqning javobida asosiy tushunchalar va formulalar to'g'ri keltirilgan, lekin ular to'liq emas; tushunchalar bo'yicha xossalari bayon qilingan, lekin isbotlanmagan; nazariy topshiriqlarga misollar keltirilgan; mantiqiy ketma-ketlikka e'tibor berilgan; javoblar matni orfografik va grammatik xatolarsiz yozilgan bo'lsa.
50-59 (6 ball)	Nazariy topshiriqning javobida ayrim tushunchalar keltirilgan, lekin keltirilgan formulalar to'la emas va ularda xatoliklar mavjud; talab qilingan tushuncha, formula, teorema, xossa, tasdiq yoki lemmalar to'la yozilmagan; matnni bayon qilishda mantiqiy ketma-ketlikka e'tibor berilmagan; nazariy savollar amaliy misollar bilan to'ldirilmagan; yozuvda orfografik, grammatik xatolar mavjud bo'lsa.
40-49 (5 ball)	Nazariy topshiriqning javobida asosiy tushunchalar to'la bo'lmagan holda keltirilgan va ularning ba'zilarida xatoliklar mavjud; formula, teorema, xossa, tasdiq yoki lemmalar to'la yozilmagan va isbotlanmagan; matnda mantiqiy ketma-ketlikka e'tibor berilmagan; nazariy topshiriq misollar bilan to'ldirilmagan; matnda orfografik, grammatik xatolar mavjud bo'lmasa.
30-39 (4 ball)	Berilgan nazariy topshiriqning javobida ayrim tushunchalar keltirilgan; keltirilgan formulalar to'la emas va ularda xatoliklar mavjud; misollar keltirilmagan; matnni bayon qilishda mantiqiy ketma-ketlikka e'tibor berilmagan va orfografik, grammatik xatolar mavjud bo'lsa.

20-29 (3 ball)	Berilgan nazariy topshiriqning javobida faqat tushuncha, formula, teorema, xossa, tasdiq yoki lemmalar qisman keltirilgan; asosiy tushunchalar yoki formulalar to'g'ri yozilgan bo'lib, boshqa ma'lumotlar bayon qilinmagan bo'lsa.
10-19 (2 ball)	Berilgan nazariy topshiriqning javobida faqat tushuncha, formula, teorema, xossa, tasdiq yoki lemmalar qisman keltirilgan; asosiy tushunchalar yoki formulalar noto'g'ri yozilgan bo'lib, boshqa ma'lumotlar bayon qilinmagan bo'lsa.
5-9 (1 ball)	Faqat ayrim to'g'ri formulalar keltirilgan yoki hisoblashlar bajarilgan yoki mavzuga aloqador to'g'ri jumlar yozilgan bo'lsa.
0-4 (0 ball)	Topshiriqqa umuman javob berilmagan yoki mavzuga aloqador bo'lmagan ma'lumotlar yozilgan bo'lsa.

2) Amaliy topshiriq uchun

%	TALABLAR
90-100 (10 ball)	Amaliy topshiriq to'la, batafsil, ilmiy xatolarsiz bajarilgan; masalani yechish usuli to'g'ri tanlangan; foydalanilgan teorema, xossa, tasdiq, lemma va formulalar to'g'ri qo'llanilgan va ularning izohlari bayon qilingan; imkoniyati bo'lgan hollarda yechimning to'g'riligi tekshirilgan; matn orfografik va grammatik xatolarsiz yozilgan bo'lsa.
80-89 (9 ball)	Amaliy topshiriq to'la, batafsil bajarilgan; masalani yechish usuli to'g'ri tanlangan; foydalanilgan teorema, xossa, tasdiq, lemma va formulalar to'g'ri qo'llanilgan, lekin ularning izohlari to'la bayon qilinmagan; imkoniyati bo'lgan hollarda yechimning to'g'riligi tekshirilgan; matn orfografik va grammatik xatolarsiz yozilgan bo'lsa;
70-79 (8 ball)	Amaliy topshiriq to'la bajarilgan; masalani yechish usuli to'g'ri tanlangan; foydalanilgan teorema, xossa, tasdiq, lemma va formulalar to'g'ri qo'llanilgan, lekin ularning izohlari to'la bayon qilinmagan; amaliy topshiriqni bajarishda natijaga jiddiy ta'sir etmaydigan ba'zi texnik (masalan, arifmetik) xatolarga yo'l qo'yilgan; imkoniyati bo'lgan hollarda yechimning to'g'riligi tekshirilgan; matn orfografik va grammatik xatolarsiz yozilgan;
60-69 (7 ball)	Amaliy topshiriq bajarilgan; masalani yechish usuli to'g'ri tanlangan; foydalanilgan teorema, xossa, tasdiq, lemma va formulalar to'g'ri keltirilgan, lekin ularning izohlari bayon qilinmagan; imkoniyati bo'lgan hollarda yechimning to'g'riligi tekshirilmagan; amaliy topshiriqni bajarishda ba'zi texnik xatolarga yo'l qo'yilgan; matn orfografik va grammatik xatolarsiz yozilgan;
50-59 (6 ball)	Amaliy topshiriq bajarilgan; masalani yechish usuli to'g'ri tanlangan; foydalanilgan teorema, xossa, tasdiq, lemma va formulalar to'g'ri qo'llanilgan, lekin ularning izohlari bayon qilinmagan va qo'llanilgan formulalarda xatoliklar mavjud; imkoniyati bo'lgan hollarda yechimning to'g'riligi tekshirilmagan; amaliy topshiriqni bajarishda natijaga jiddiy ta'sir etadigan ba'zi texnik xatolarga yo'l qo'yilgan; matnda orfografik va grammatik xatolar mavjud bo'lsa.
40-49 (5 ball)	Amaliy topshiriq to'la bajarilmagan; masalani yechish usuli to'g'ri tanlangan bo'lsa-da, qo'llanilgan formulalarda xatoliklar mavjud va ularning izohlari bayon qilinmagan bo'lsa; amaliy topshiriqni bajarishda natijaga jiddiy ta'sir etadigan ba'zi texnik xatolarga yo'l qo'yilgan bo'lsa; topshiriq yakkunlangan, lekin natija notug'ri bo'lsa; matnda orfografik va grammatik xatolar mavjud bo'lsa.
30-39	Amaliy topshiriq to'la bajarilmagan; topshiriqni bajarish usuli to'g'ri boshlangan, lekin javobi to'g'ri javobdan keskin farq qilsa yoki yakuniy natija olinmagan bo'lsa; to'g'ri

(4 ball)	formulalar yozilgan, lekin ular izohlanmagan, yozishda mantiqiy ketma-ketlikka e'tibor berilmagan va ko'plab ilmiy xatolarga yo'l qo'yilgan bo'lsa,
20-29 (3 ball)	Amaliy topshiriq bajarilmagan; ayrim to'g'ri formulalar keltirilgan yoki hisoblashlar bajarilgan yoki mavzuga aloqador to'g'ri jumlar yozilgan bo'lsa; berilgan topshiriqning javobida faqat tushuncha, formula, teorema, tasdiq yoki xossalari qisman keltirilgan bo'lib, boshqa ma'lumotlar bayon qilinmagan bo'lsa.
10-19 (2 ball)	Amaliy topshiriq bajarilmagan bo'lsa; faqat ba'zi formula, tasdiqlar qisman keltirilgan, hisoblashlar bajarilgan, mavzuga aloqador jumlar yozilgan bo'lib, boshqa ma'lumotlar bayon qilinmagan bo'lsa.
5-9 (1 ball)	Amaliy topshiriq bajarilmagan bo'lsa; faqat ayrim to'g'ri formulalar keltirilgan bo'lib, boshqa ma'lumotlar bayon qilinmagan bo'lsa.
0-4 (0 ball)	Topshiriqqa umuman javob yozilmagan yoki mavzuga aloqador bo'lmagan ma'lumotlar yozilgan bo'lsa.

VIII. TAVSIYA ETILGAN ADABIYOTLAR

1. Apakov Y.P. Oliy matematika. 1-jild. Darslik. - T: "Fan va texnologiyalar nashriyot-matbaa uyi", 2022. -324 bet.
2. Apakov Y.P., Jamalov B.I., To'xtabayev A.M. Oliy matematikadan misol va masalalar. 1-jild. Darslik. –T: "Donishmand ziyosi", 2022. -224 bet.
3. Apakov Y.P., Jamalov B.I., To'xtabayev A.M. Oliy matematikadan misol va masalalar. 2-jild. Darslik. –T: "Zebo prints", 2022. -360 bet.
4. Ummer E.K. Basic Mathematics for Economics, Business, and Finance. – USA and Canada: Routledge, 2012.-484 pp.
5. Soatov Yo.U. Oliy matematika. 1-3 qismlar. -T.: O'qituvchi, 1995.(1-qism-496 b, 2-qism-412 b, 3-qism-640 b,)
6. Xurramov Sh.R. Oliy matematika. Misol va masalalar. Nazorat topshiriqlari. 1- qism, 2- qism. T: Fan va texnologiyalar, 2015.(1-qism-408 b, 2-qism-650 b)
7. Danko P.E. va boshqalar. Oliy matematika misol va masalalarda. – Toshkent: 2007, -416 bet.

Qo'shimcha adabiyotlar:

1. Canuto C., Tabacco A. Mathematical Analysis I. Springer-Verlag Italia, Milan 2008.-435 pp.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. 1-2 часть. Москва, 1978 г. (1- часть 456 с., 2- часть 561 с.)
3. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. Москва, 1985 г.-333 с.
4. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.–Т.: 1978 г, -368с.
5. Писменный Д. Конспект лекций по высшей математике. 1, 2 часть. М.: Айрис Пресс, 2008.-252 с.
6. Apakov Y.P, Turgunov N, Gafarov I.A. Oddiy differensial tenglamalardan misol va masalalar to'plami. Voris nashriyoti. Toshkent, 2009.-160 b.
7. Turg'unov N, Gafarov I. Chiziqli algebra va analitik geometriya qisqa kursi. O'quv qo'llanma - T: «Lesson - press» nashriyoti. 2021.-162 b.

Axborot manbaalari

1. www.ziyonet.uz
2. www.gaap.ru
3. www.aicpa.org
4. www.buhgalt.ru